

## 16. Републичко такмичење из математике ученика медицинских школа

Пожаревац, 19. април 2024.

### I разред

Тест садржи 10 задатака. Време за њихово решавање је 180 минута. У задацима је понуђено више одговора од којих је само један тачан. Тачан одговор може бити и одговор "међу понуђеним одговорима нема тачног". Тачан одговор и решење задатка доносе број бодова који је назначен у загради поред броја задатка. Заокруживање више одговора се не бодује. Исправке у одговорима се не признају.

Пуно успеха у решавању задатака.

1. [8] Вредност израза  $\frac{8\frac{1}{5} - 1\frac{8}{15}}{(5,25 - 4,05) : 3} : \frac{1,25}{0,64 - \frac{1}{25}}$  је:

А)  $\frac{8}{5}$ ;

Б) 8;

В) 40;

Г)  $\frac{625}{18}$ ;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

2. [8] Нека је  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 1| \leq 3\}$ ,  $B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{x}{2} \in \mathbb{N}\right\}$ . Збир елемената скупа  $A \setminus B$  је:

А) 1;

Б) 3;

В) 4;

Г) 7;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

3. [9] За  $b \neq \pm a$ ,  $b \neq -2a$ , вредност израза  $\left(\frac{6}{a-b} + \frac{6a}{a^3-b^3} \cdot \frac{a^2+ab+b^2}{a+b}\right) : \frac{4a+2b}{a^2+2ab+b^2}$  је:

А) 3;

Б)  $\frac{6}{a-b}$ ;

В)  $\frac{a+b}{a-b}$ ;

Г)  $\frac{3(a+b)}{a-b}$ ;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

4. [9] Ђаци једне основне школе су ишли у посету музеју. Цена улазнице за децу млађег узраста (до 12 година) је 30%, док је цена улазнице за децу старијег узраста (од 12 до 18 година) 50% од регуларне цене улазнице за одрасле. Група посетила музеју са стручним вођењем укупно је коштала 10500 динара. Ако услуга стручног вођења групе посете кошта 2100 динара, а групу је чинило 10 деце млађег узраста, 32 деце старијег узраста и 2 одрасла наставника, онда је цена улазнице за децу млађег узраста:

А) 120 динара;

Б) 150 динара;

В) 200 динара;

Г) 400 динара;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

5. [10] Графици функција  $f(x) = 6 - |x - 3|$  и  $g(x) = |3 - x| - 2$  одређују квадрат чији је пресек дијагонала тачка  $M = (a, b)$ . Тада је:
- А)  $a + b = 4$ ;
  - Б)  $a + b = 3$ ;
  - В)  $a - b = 1$ ;
  - Г)  $a - b = -1$ ;
  - Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.
6. [10] Скуп свих решења неједначине  $\frac{4x - 16}{x - 5} < 3$  је:
- А)  $(1, 5)$ ;
  - Б)  $(-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$ ;
  - В)  $(4, 5)$ ;
  - Г)  $(-\infty, 4) \cup (5, +\infty)$ ;
  - Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.
7. [11] Размера у којој треба помешати легуре сребра са 90% и 70% чистог сребра, да би се добила легура са 75% чистог сребра, је:
- А) 1 : 2;
  - Б) 1 : 3;
  - В) 1 : 4;
  - Г) 2 : 3;
  - Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.
8. [11] Једначина  $4 + |x - 8| = |x - 4|$ :
- А) нема решења;
  - Б) има тачно једно решење;
  - В) има тачно два решења;
  - Г) има бесконачно много решења;
  - Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.
9. [12] Један радник би сâм завршио планирани посао за 20 дана. Други радник би исти посао завршио сâм за 30 дана. Ако ова два радника раде заједно 2 дана, а онда им се прикључи трећи радник, преостали посао би завршили за 6 дана. Време потребно да трећи радник сâм обави посао је:
- А) 12 дана;
  - Б) 18 дана;
  - В) 24 дана;
  - Г) 36 дана;
  - Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.
10. [12] Ако је  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ , онда је  $\frac{a^2 - bc}{a^2} + \frac{b^2 - ca}{b^2} + \frac{c^2 - ab}{c^2}$  једнако:
- А) 0;
  - Б) 2;
  - В) 3;
  - Г) 6;
  - Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

# 16. Републичко такмичење из математике ученика медицинских школа

Пожаревац, 19. април 2024.

## II разред

Тест садржи 10 задатака. Време за њихово решавање је 180 минута. У задацима је понуђено више одговора од којих је само један тачан. Тачан одговор може бити и одговор "међу понуђеним одговорима нема тачног". Тачан одговор и решење задатка доносе број бодова који је назначен у загради поред броја задатка. Заокруживање више одговора се не бодује. Исправке у одговорима се не признају.

Пуно успеха у решавању задатака.

1. [8] За  $b \neq \pm a$ ,  $b \neq -2a$ , вредност израза  $\left(\frac{6}{a-b} + \frac{6a}{a^3-b^3} \cdot \frac{a^2+ab+b^2}{a+b}\right) : \frac{4a+2b}{a^2+2ab+b^2}$  је:

A)  $\frac{3(a+b)}{a-b}$ ;

B)  $\frac{a+b}{a-b}$ ;

V)  $\frac{6}{a-b}$ ;

Г) 3;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

2. [8] Ђаци једне основне школе су ишли у посету музеју. Цена улазнице за децу млађег узраста (до 12 година) је 30%, док је цена улазнице за децу старијег узраста (од 12 до 18 година) 50% од регуларне цене улазнице за одрасле. Групна посета музеју са стручним вођењем укупно је коштала 10500 динара. Ако услуга стручног вођења групне посете кошта 2100 динара, а групу је чинило 10 деце млађег узраста, 32 деце старијег узраста и 2 одрасла наставника, онда је цена улазнице за децу млађег узраста:

A) 400 динара;

B) 200 динара;

V) 150 динара;

Г) 120 динара;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

3. [9] Размера у којој треба помешати легуре сребра са 90% и 70% чистог сребра, да би се добила легура са 75% чистог сребра, је:

A) 1 : 3;

B) 2 : 3;

V) 1 : 4;

Г) 1 : 2;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

4. [9] Ако је  $f(x) = \sqrt[3]{2-x}$  и  $g(x) = x^3 + 2$  онда је  $g(f(x)) - f(g(x))$  једнако:

A) 0;

B) 4;

V)  $-2x$ ;

Г)  $4 - 2x$ ;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

5. [10] Ако је  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ , онда је  $\frac{a^2-bc}{a^2} + \frac{b^2-ca}{b^2} + \frac{c^2-ab}{c^2}$  једнако:

A) 3;

B) 2;

V) 0;

Г) 6;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

6. [10] Један радник би сâм завршио планирани посао за 20 дана. Други радник би исти посао завршио сâм за 30 дана. Ако ова два радника раде заједно 2 дана, а онда им се прикључи трећи радник, преостали посао би завршили за 6 дана. Време потребно да трећи радник сâм обави посао је:

- А) 12 дана;
- Б) 24 дана;
- В) 36 дана;
- Г) 18 дана;
- Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

7. [11] Вредност израза  $\frac{\sqrt{4 + \sqrt{7 + \sqrt{21 - 2\sqrt{20}}}}}{\sqrt{\sqrt{5} + 1}}$  је:

- А) 1;
- Б)  $\sqrt[4]{5}$ ;
- В)  $\sqrt{5}$ ;
- Г)  $\sqrt{5 + \sqrt{5}}$ ;
- Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

8. [11] Све вредности реалног параметра  $m$ , за које је збир квадрата реалних решења квадратне једначине  $x^2 - mx + 2m - 3 = 0$  једнак 3, припадају скупу:

- А)  $\emptyset$ ;
- Б) (2, 6);
- В) (-6, 2);
- Г) (6, 12);
- Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

9. [12] Неједнакост  $\frac{x + a}{x^2 + 2x + 2} < \frac{x}{x^2 + x + 1}$  је тачна за свако  $x \in \mathbb{R}$  ако и само ако је:

- А)  $-\frac{1}{3} < a < 1$ ;
- Б)  $a < -\frac{1}{3}$ ;
- В)  $a < 1$ ;
- Г)  $a > 1$ ;
- Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

10. [12] Израз  $\frac{1 + \operatorname{tg}^2(90^\circ - \alpha)}{\operatorname{ctg}^2(90^\circ - \alpha) + 1}$ , за  $\alpha \in (0, 90^\circ)$ , је једнак:

- А)  $\operatorname{tg}^2 \alpha$ ;
- Б)  $-\operatorname{tg}^2 \alpha$ ;
- В)  $\operatorname{ctg}^2 \alpha$ ;
- Г)  $-\operatorname{ctg}^2 \alpha$ ;
- Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

## 16. Републичко такмичење из математике ученика медицинских школа

Пожаревац, 19. април 2024.

### III разред

Тест садржи 10 задатака. Време за њихово решавање је 180 минута. У задацима је понуђено више одговора од којих је само један тачан. Тачан одговор може бити и одговор "међу понуђеним одговорима нема тачног". Тачан одговор и решење задатка доносе број бодова који је назначен у загради поред броја задатка. Заокруживање више одговора се не бодује. Исправке у одговорима се не признају.

Пуно успеха у решавању задатака.

1. [8] За  $b \neq \pm a$ ,  $b \neq -2a$ , вредност израза  $\left(\frac{6}{a-b} + \frac{6a}{a^3-b^3} \cdot \frac{a^2+ab+b^2}{a+b}\right) : \frac{4a+2b}{a^2+2ab+b^2}$  је:

A)  $\frac{6}{a-b}$ ;

B)  $\frac{a+b}{a-b}$ ;

B)  $\frac{3(a+b)}{a-b}$ ;

Г) 3;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

2. [8] Ако је  $f(x) = \sqrt[3]{2-x}$  и  $g(x) = x^3 + 2$  онда је  $g(f(x)) - f(g(x))$  једнако:

A)  $4 - 2x$ ;

B) 4;

B)  $-2x$ ;

Г) 0;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

3. [9] Један радник би сâм завршио планирани посао за 20 дана. Други радник би исти посао завршио сâм за 30 дана. Ако ова два радника раде заједно 2 дана, а онда им се прикључи трећи радник, преостали посао би завршили за 6 дана. Време потребно да трећи радник сâм обави посао је:

A) 36 дана;

B) 24 дана;

B) 18 дана;

Г) 12 дана;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

4. [9] Ако је  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ , онда је  $\frac{a^2-bc}{a^2} + \frac{b^2-ca}{b^2} + \frac{c^2-ab}{c^2}$  једнако:

A) 6;

B) 0;

B) 2;

Г) 3;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

5. [10] Решење неједначине  $\left(\frac{3}{3^x}\right)^x > \frac{3^x}{81}$  је:

A)  $x \in (-2, 2)$ ;

B)  $x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ ;

B)  $x \in (-\infty, -2)$ ;

Г)  $x \in (-\infty, 2)$ ;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

6. [10] Неједнакост  $\frac{x+a}{x^2+2x+2} < \frac{x}{x^2+x+1}$  је тачна за свако  $x \in \mathbb{R}$  ако и само ако је:

А)  $a < 1$ ;

Б)  $-\frac{1}{3} < a < 1$ ;

В)  $a > 1$ ;

Г)  $a < -\frac{1}{3}$ ;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

7. [11] Ирационална једначина  $\sqrt{x^2 - 5x + 10} = 8 - 2x$ :

А) нема решења;

Б) има једно позитивно решење;

В) има једно позитивно и једно негативно решење;

Г) има два позитивна решења;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

8. [11] Број решења једначине  $\sqrt{2}\sin^2 x + \cos x = 0$  на интервалу  $(0, 2024\pi)$  је:

А) 2024;

Б) 4048;

В) 6072;

Г) 1012;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

9. [12] Центар кружнице која садржи тачке  $A = (6, 3)$ ,  $B = (0, -5)$  и  $C = (-1, 2)$  припада правој:

А)  $x + 2y - 1 = 0$ ;

Б)  $x + 7y - 10 = 0$ ;

В)  $7x + y + 20 = 0$ ;

Г)  $3x - 4y - 5 = 0$ ;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

10. [12] Производ решења једначине  $(\log_3 x)^2 - (\log_3 7)(\log_7 x) - 2 = 0$  је:

А)  $\frac{1}{27}$ ;

Б)  $\frac{1}{3}$ ;

В) 27;

Г) 3;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

## 16. Републичко такмичење из математике ученика медицинских школа

Пожаревац, 19. април 2024.

### IV разред

Тест садржи 10 задатака. Време за њихово решавање је 180 минута. У задацима је понуђено више одговора од којих је само један тачан. Тачан одговор може бити и одговор "међу понуђеним одговорима нема тачног". Тачан одговор и решење задатка доносе број бодова који је назначен у загради поред броја задатка. Заокруживање више одговора се не бодује. Исправке у одговорима се не признају.

Пуно успеха у решавању задатака.

1. [8] Један радник би сâм завршио планирани посао за 20 дана. Други радник би исти посао завршио сâм за 30 дана. Ако ова два радника раде заједно 2 дана, а онда им се прикључи трећи радник, преостали посао би завршили за 6 дана. Време потребно да трећи радник сâм обави посао је:

- А) 18 дана;
- Б) 36 дана;
- В) 12 дана;
- Г) 24 дана;
- Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

2. [8] За  $b \neq \pm a$ ,  $b \neq -2a$ , вредност израза  $\left(\frac{6}{a-b} + \frac{6a}{a^3-b^3} \cdot \frac{a^2+ab+b^2}{a+b}\right) : \frac{4a+2b}{a^2+2ab+b^2}$  је:

- А) 3;
- Б)  $\frac{a+b}{a-b}$ ;
- В)  $\frac{3(a+b)}{a-b}$ ;
- Г)  $\frac{6}{a-b}$ ;
- Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

3. [9] Ирационална једначина  $\sqrt{x^2 - 5x + 10} = 8 - 2x$ :

- А) нема решења;
- Б) има једно позитивно решење;
- В) има једно позитивно и једно негативно решење;
- Г) има два позитивна решења;
- Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

4. [9] Решење неједначине  $\left(\frac{3}{3^x}\right)^x > \frac{3^x}{81}$  је:

- А)  $x \in (-\infty, 2)$ ;
- Б)  $x \in (-\infty, -2)$ ;
- В)  $x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ ;
- Г)  $x \in (-2, 2)$ ;
- Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

5. [10] Број решења једначине  $\sqrt{2}\sin^2 x + \cos x = 0$  на интервалу  $(0, 2024\pi)$  је:

- А) 1012;
- Б) 6072;
- В) 4048;
- Г) 2024;
- Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

6. [10] Центар кружнице која садржи тачке  $A = (6, 3)$ ,  $B = (0, -5)$  и  $C = (-1, 2)$  припада правој:

A)  $3x - 4y - 5 = 0$ ;

Б)  $x + 2y - 1 = 0$ ;

В)  $7x + y + 20 = 0$ ;

Г)  $x + 7y - 10 = 0$ ;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

7. [11] Коефицијент уз  $x^{20}$  у развоју бинорма  $(x^2 + 2x)^{11}$  је:

A) 55;

Б) 110;

В) 220;

Г) 440;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

8. [11] Дате су функције

$$f_1(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2}}, \quad f_2(x) = \sin^2 x + \cos^2 x, \quad f_3(x) = \frac{\log_2 2^x}{x}, \quad f_4(x) = \frac{\sqrt[3]{x^3}}{x}.$$

Тачан је исказ:

A) све функције су међусобно једнаке;

Б) једнаке су само функције  $f_1$ ,  $f_3$  и  $f_4$ ;

В) једнаке су само функције  $f_3$  и  $f_4$ ;

Г) међу датим функцијама нема једнаких;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

9. [12] Производ решења једначине  $(\log_3 x)^2 - (\log_3 7)(\log_7 x) - 2 = 0$  је:

A)  $\frac{1}{27}$ ;

Б) 27;

В) 3;

Г)  $\frac{1}{3}$ ;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

10. [12] Књижевни клуб, који броји 8 чланова, осмислио је акцију даривања. У првом кругу даривања сваки члан клуба треба да поклони по једну књигу двома различитим особама које нису чланови клуба. Особа која добије књигу онда у наредном кругу поклања нове две књиге, новим двома особама. По истом принципу ланац даривања се наставља чиме се у сваком кругу број поклоњених књига увећава два пута. Укупно је поклоњено 496 књига после:

A) 4 круга даривања;

Б) 5 кругова даривања;

В) 6 кругова даривања;

Г) 7 кругова даривања;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.